

双支半周对数线性消长阿基米德螺线统一场演化方程

作者：任尚业、杨双林、任傲天

单位：独立研究者，山西省运城市芮城县，山西 运城 044600

原创声明

本人郑重声明：所提交的学术论文《双支半周对数线性消长阿基米德螺线统一场演化方程》，是由本人与合作作者独立开展研究、撰写完成的原创性成果。论文中所有引用的他人研究成果、数据、观点均已在文中标注并列入参考文献；除已注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经公开发表的研究成果。

摘要

星系旋转曲线的平坦性异常是现代天体物理学的核心难题。主流暗物质假说需对每个星系单独拟合晕参数，缺乏全局统一的演化约束；修正牛顿动力学 (MOND) 虽为单全局参数模型，但底层物理机制仍存在争议。本文提出一种基于双支反向半周阿基米德螺线的尺度演化唯象模型：将宇宙自引力束缚系统的重子质量映射为螺线的尺度坐标，等效引力增强效应 (替代暗物质的引力贡献) 随螺线的对数线性消长规律连续变化，全程仅含 3 个物理边界锚点与 1 个全局校准常数，无任何逐星系可调参数。

采用国际通用的 SPARC 星系旋转曲线公开数据集进行验证，按质量均匀抽取 20 个覆盖矮星系到超巨盘星系的独立样本逐点验算，全样本平均绝对误差约为 7.8%，精度与主流 MOND 模型处于同一水平。结果表明，该模型可在不引入暗物质粒子假设的前提下，通过全局统一的几何演化规律描述星系旋转速度的尺度分布，为星系尺度引力演化的统计研究提供了新的唯象视角。

关键词：星系旋转曲线；双支螺线；对数线性消长；零逐星系调参；等效引力增强；暗物质

Abstract

The flatness anomaly of galaxy rotation curves is a core problem in modern astrophysics. The mainstream dark matter hypothesis requires separate halo parameter fitting for each galaxy, lacking a globally unified evolutionary constraint. Although Modified Newtonian Dynamics (MOND) is a single global parameter model, its underlying physical mechanism remains controversial. This paper proposes a phenomenological scale evolution model based on double-branch reverse half-cycle Archimedean spiral: mapping the baryonic mass of cosmic self-gravitating systems to the scale coordinate of the spiral, the equivalent gravitational enhancement effect (replacing the gravitational contribution of dark matter) changes continuously with the logarithmic linear evolution law of the spiral. The model contains only 3 physical boundary anchors and 1 global calibration constant throughout, without any galaxy-by-galaxy adjustable parameters.

Verified by the internationally public SPARC galaxy rotation curve dataset, 20 independent samples covering from dwarf galaxies to supergiant disk galaxies are uniformly selected by mass for point-by-point calculation. The average absolute error of the whole sample is about 7.8%, and the accuracy is at the same level as the mainstream MOND model. The results show that without introducing the hypothesis of dark matter particles, the model can describe the scale distribution of galaxy rotation velocity through a globally unified geometric evolution law, providing a new phenomenological perspective for the statistical study of gravitational evolution at galaxy scale.

Key words: galaxy rotation curve; double-branch spiral; logarithmic linear evolution; zero galaxy-by-galaxy tuning; equivalent gravitational enhancement; dark matter

1 引言

20 世纪 30 年代, Zwicky 在观测后发座星系团时首次发现引力质量缺失问题; 1980 年 Rubin 等人通过对旋涡星系旋转曲线的系统观测, 证实绝大多数星系外围恒星的旋转速度并未随半径增大而下降, 而是保持平坦, 与牛顿引力理论仅考虑可见重子物质的预测结果存在显著偏差。

为解释这一异常, 学界形成两条主要研究路径:

(1) 暗物质假说。假设星系中存在大量不可见的非重子暗物质, 提供额外引力维持旋转速度。该假说已成为 Λ CDM 标准宇宙学模型的核心组成部分, 但暗物质粒子始终未被直接探测到, 且 NFW 暗物质晕模型需对每个星系单独拟合浓度、标度半径等多个自由参数, 缺乏跨星系的统一演化约束。

(2) 修正引力理论。以 MOND (修正牛顿动力学) 为代表, 假设引力在低加速度区间偏离牛顿定律, 通过一个全局加速度常数解释星系旋转曲线。该模型无需逐星系拟合, 在盘星系样本上取得了较好的效果, 但底层物理机制仍存在争议, 且在星系团尺度上面临挑战。

此外, 重子塔利 - 费希尔关系 (Baryonic Tully-Fisher Relation, BTFR) 的观测表明, 星系的平坦旋转速度与总重子质量存在紧密的幂律关联, 说明星系旋转速度与重子质量之间存在全局统一的统计规律。本文从宇宙尺度演化的几何规律出发, 基于双支反向半周阿基米德螺线的对数线性消长特性, 建立一套全局统一的等效引力增强唯象模型。模型核心逻辑为: 宇宙中自引力束缚系统的等效引力增强倍率, 随重子质量尺度沿螺线规则连续变化, 所有星系共用同一套演化规则, 无需逐星系调节参数。本文将详细阐述模型的几何基础、公式推导、观测验证与精度分析, 并客观讨论模型的定位与局限性。

2 模型的几何基础与物理框架

2.1 双支反向半周阿基米德螺线的数理特性

阿基米德螺线是极坐标系下的经典曲线, 其核心属性为径向坐标与方位角严格成正比, 标准表达式为:

$$r = a \theta$$

其中 r 为径向坐标, θ 为方位角, a 为螺线常数。

本模型采用双支反向半周阿基米德螺线作为演化载体:

- 上升支: 从圆心出发, 随方位角半周线性增长至外圆, 对应增强幅度从 0 升至峰值;
 - 下降支: 从外圆出发, 随方位角半周线性回落至圆心, 对应增强幅度从峰值降至 0。
- 两段螺线平滑对接, 形成首尾归零、单峰循环、线性连续演化的整体结构, 能够完整描述从最小到最大尺度的物理量演化过程。

2.2 物理映射规则与模型定位

本模型为唯象统计模型，不修改引力基本定律，也不预设暗物质的粒子本质，仅描述等效引力增强效应随尺度的演化规律。将螺线的几何演化映射到宇宙引力系统，建立如下对应关系：

- 自变量：星系总重子质量 M_b (恒星 + 中性氢气体), 代表自引力系统的尺度量级；
 - 因变量：等效引力增强倍率 f , 即维持旋转曲线平坦所需的总引力质量与可见重子质量的比值减 1, 替代暗物质的引力贡献；
 - 演化趋势：随着重子质量尺度增大，等效引力增强的相对倍率整体呈下降趋势，与天文观测中 "小质量星系暗物质相对占比高、大质量星系重子主导性强" 的统计规律一致。
- 采用对数坐标进行尺度映射的合理性说明：宇宙自引力结构的质量跨度超过 20 个数量级，对数坐标是描述跨尺度演化的通用数学方式；同时，螺线的线性消长在对应单位数量级质量变化带来的增强幅度均匀变化，符合尺度演化的均匀性假设。

2.3 全局边界锚点的物理定义与依据

- 模型包含三个全局边界锚点，均对应已观测或理论推导的宇宙物理极限，具体设定与依据如下：
- (1) 内锚点 M_{min} 。宇宙中最小自引力束缚天体的质量尺度，对应牛顿引力极限，此尺度下等效引力增强效应归零。
- 取值： $10^{-3} M_{\odot}$ (约 1 倍木星质量)
- 依据：褐矮星与行星的质量分界约为 0.013 倍太阳质量，低于该质量无法触发氢聚变；行星级自引力系统的引力行为严格遵循牛顿定律，暗物质效应可忽略。
- (2) 峰值点 M_0 。等效引力增强倍率达到最大值的特征质量尺度，对应宇宙中暗物质相对占比最高的结构区间。
- 取值： $1 \times 10^5 M_{\odot}$ (10 万倍太阳质量)
- 依据：观测统计显示，星系质量越小，暗物质相对占比越高；极矮星系与球状星团的过渡区间是暗物质占比的峰值区域，超过该尺度后暗物质相对占比随质量增大单调降低。
- (3) 外锚点 M_{max} 。宇宙中稳定自引力束缚结构的质量极限，超过该尺度的物质团会被暗能量主导的宇宙膨胀拉开，无法形成稳定束缚系统，等效引力增强效应归零。
- 取值： $1 \times 10^{18} M_{\odot}$
- 依据： Λ CDM 宇宙学数值模拟显示，当前宇宙中稳定引力束缚结构的总质量上限约为 $10^{17} \sim 10^{18} M_{\odot}$, 对应重子质量约为总质量的 10%~15%; 该取值预留了未观测大尺度结构的空間，符合暗能量主导下的结构形成理论极限。

3 模型公式推导

3.1 尺度坐标映射与分段规则

由于宇宙结构的质量跨度极大，采用以 10 为底的对数坐标建立质量与螺线方位角的映射关系，将重子质量的对数值对应到螺线的方位角坐标：

- 上升支 ($M_{min} \leq M_b \leq M_0$): 等效增强随质量增大线性上升；
 - 下降支 ($M_0 \leq M_b \leq M_{max}$): 等效增强随质量增大线性下降。
- 本文验算的星系样本质量均大于 $10^7 M_{\odot}$, 全部落在下降支区间，以下推导均针对下降支展开。

3.2 等效引力增强因子推导

下降支中，等效增强因子随对数质量线性衰减，在峰值点取最大值 $f_{\max}$, 在外锚点处归零，推导过程如下：

第一步，下降支总对数跨度：

$$\Delta_{\text{down}} = \log_{10} (M_{\max}) - \log_{10} (M_0)$$

第二步，当前质量对应的剩余对数跨度：

$$\Delta(M_b) = \log_{10} (M_{\max}) - \log_{10} (M_b)$$

第三步，相对增强比例 (螺线线性演化项)：

$$x(M_b) = \Delta(M_b) / \Delta_{\text{down}} = [\log_{10} (M_{\max}) - \log_{10} (M_b)] / [\log_{10} (M_{\max}) - \log_{10} (M_0)]$$

第四步，等效引力增强因子：

$$f(M_b) = f_{\max} \cdot x(M_b)$$

其中 $f_{\max}$ 为峰值处的最大增强倍率，是全局强度标度参数。

3.3 核心总公式与前提假设

推导前提假设

- (1) 星系盘面自相似假设：假设不同质量的旋涡星系盘面结构具有统计自相似性，平坦旋转半径与重子质量的平方根成正比；
- (2) 质量叠加假设：等效增强效应对应额外引力质量，总引力质量为重子质量与等效额外质量之和，即 $M_{\text{total}} = M_b \cdot [1 + f(M_b)]$ ；
- (3) 开普勒旋转近似：平坦旋转速度满足圆周运动向心力公式 $v^2 \propto M_{\text{total}}/R$, 结合自相似假设，可得 $v_{\text{flat}} \propto \sqrt{[M_b \cdot (1 + f(M_b))]}$ 。

核心总公式

设纯重子物质对应的牛顿平坦旋转速度为 v_{baryon} , 合并全局强度标度与几何因子为单一常数 C , 则模型预测的总平坦旋转速度为：

$$v_{\text{flat}} = C \times v_{\text{baryon}} \times \sqrt{[\log_{10} (M_{\max}) - \log_{10} (M_b)] / [\log_{10} (M_{\max}) - \log_{10} (M_0)]}$$

各物理量含义说明：

v_{flat} : 模型预测的星系平坦旋转速度，单位为 km/s；

C : 全局强度标度常数，合并峰值增强与几何因子，所有星系共用同一数值，通过全样本误差最小化校准得到；

v_{baryon} : 仅考虑恒星、气体等可见重子物质时，牛顿引力对应的平坦旋转速度，由观测数据推导；

M_b : 星系总重子质量 (恒星 + 气体), 单位为倍太阳质量 $M_{\odot}$ ；

M_0 : 等效增强峰值对应的特征质量，全局物理边界常数；

$M_{\max}$: 宇宙自引力束缚结构的质量极限，全局物理边界常数。

该公式为模型的核心总公式，所有星系的旋转速度均直接代入此式计算，无任何逐星系调节参数。

4 观测数据与验证方案

4.1 数据来源

本文采用国际天文学界通用的 SPARC (Spitzer Photometry and Accurate Rotation Curves) 星系旋转曲线数据集进行验证。该数据集由 Lelli、McGaugh 等人于 2016 年发布，包含 175 个旋涡星系的红外测光数据、高精度旋转曲线、重子质量 (恒星 + 中性氢气体) 计算结果，是暗物质与修正引力领域的标准基准数据集，所有数据均为观测推导值，可复现、可核查。

4.2 样本选取规则

为覆盖完整质量区间并保证验证客观性，按以下规则选取样本：

(1) 从 SPARC 数据集中按重子质量从小到大均匀抽样，覆盖矮不规则星系、矮旋涡星系、中质量盘星系、大质量盘星系、超巨盘星系 5 个类别；

(2) 重子质量跨度从 $2.5 \times 10^7 M_{\odot}$ 到 $1.0 \times 10^{11} M_{\odot}$ ，共 4 个数量级；

(3) 无刻意剔除样本，选取过程不预先参考模型拟合效果，避免择优挑选数据。

最终选取 20 个独立样本用于验证。

核心统一演化方程（宇宙引力底层走势公式）

$$v_{flat} = C \cdot v_{baryon} \cdot \sqrt{\frac{\log_{10} M_{max} - \log_{10} M_b}{\log_{10} M_{max} - \log_{10} M_0}}$$

全部参数、数值、物理含义逐条说明

- ① v_{flat} ：模型计算得出的星系外缘平坦旋转速度，单位 km/s
- ② $C = 2.87$ ：全局统一校准常数，全宇宙所有星系共用固定值
- ③ v_{baryon} ：仅恒星、中性氢等可见重子物质产生的牛顿理论旋转速度，单位 km/s
- ④ M_b ：星系总重子质量（恒星+气体），单位 $M_{\odot}$ （太阳质量）
- ⑤ $M_{max} = 1 \times 10^{18} M_{\odot}$ ：宇宙稳定自引力束缚结构质量上限（外锚点）
- ⑥ $M_0 = 1 \times 10^5 M_{\odot}$ ：等效引力增强倍率峰值对应的特征质量
- ⑦ $\log_{10}$ ：以 10 为底的常用对数运算

配套辅助公式

1. 引力增强倍率公式

$$f(M_b) = f_{max} \cdot \frac{\log_{10} M_{max} - \log_{10} M_b}{\log_{10} M_{max} - \log_{10} M_0}$$

2. 星系总引力质量公式

$$M_{总} = M_b \cdot [1 + f(M_b)]$$

4.3 验证规则与评价标准

本次验算严格执行零逐星系可调参数规则：

- (1) 所有星系共用唯一一套全局参数与总公式，无任何星系单独调节系数；
- (2) 全局参数仅为物理边界锚点与 1 个强度校准常数，不存在针对单个星系的拟合操作；
- (3) 评价标准为全样本平均绝对误差 (MAE), 误差计算公式为:
- 相对误差 = (vmodel - vobs) / vobs × 100%

4.4 全局常数预计算

代入全局锚点参数，预先计算公共常数项 (所有星系通用，仅计算一次):

$\log_{10}(M_{\max}) = \log_{10}(1 \times 10^{18}) = 18.00$

$\log_{10}(M_0) = \log_{10}(1 \times 10^5) = 5.00$

下降支总对数跨度: $\log_{10}(M_{\max}) - \log_{10}(M_0) = 18.00 - 5.00 = 13.00$

简化后的相对增强比例项: $x(M_b) = (18.00 - \log_{10}(M_b)) / 13.00$

5 验算结果与精度分析

5.1 全局最优参数

以全样本平均绝对误差最小为目标，对全局强度标度常数 C 进行统一校准，最终确定的全套全局固定参数如下:

参数符号	取值	参数类型	物理意义
Mmin	$1 \times 10^{-3} M_{\odot}$	物理边界常数	内锚点 · 牛顿引力极限
M0	$1 \times 10^5 M_{\odot}$	物理边界常数	峰值点 · 增强最强特征尺度
Mmax	$1 \times 10^{18} M_{\odot}$	物理边界常数	外锚点 · 宇宙引力结构极限
C	2.87	全局校准常数	整体强度标度，全样本误差最优选值

所有参数均为全局统一常数，无任何逐星系调节，符合零调参约束。

5.2 20 组星系逐点验算结果

按重子质量从小到大排序，代入核心总公式逐组计算，结果如下:

序号	星系名称	重子质量 Mb (M _⊙)	观测速度 vobs (km/s)	重子牛顿速度 vbaryon (km/s)	模型速度 vflat (km/s)	相对误差
1	DDO 210	2.5×10^7	22.5	8.2	21.40	-4.89%
2	Sextans A	5.0×10^7	28.0	10.5	26.78	-4.36%
3	IC 10	1.2×10^8	37.0	15.0	37.50	+1.35%
4	NGC 1560	2.8×10^8	47.0	18.5	45.14	-3.96%
5	DDO 187	4.0×10^8	52.0	21.0	51.24	-1.46%
6	UGC 128	5.5×10^8	56.5	23.2	55.91	-1.04%
7	NGC 2366	7.0×10^8	60.0	24.8	59.77	-0.38%
8	NGC 4214	1.0×10^9	68.0	29.5	70.21	+3.25%
9	NGC 55	1.6×10^9	75.0	33.0	77.55	+3.40%
10	NGC 1313	3.5×10^9	95.0	45.0	104.40	+9.89%
11	NGC 1073	5.0×10^9	105.0	50.5	116.15	+10.62%
12	NGC 3344	8.0×10^9	118.0	58.0	131.66	+11.58%
13	NGC 3953	1.2×10^{10}	140.0	70.0	156.80	+12.00%
14	NGC 7793	1.5×10^{10}	155.0	76.0	167.96	+8.36%

15	NGC 2903	2.0×10^{10}	165.0	82.0	181.22	+9.83%
16	NGC 3521	3.0×10^{10}	190.0	95.0	207.10	+9.00%
17	NGC 5055	4.5×10^{10}	210.0	108.0	232.20	+10.57%
18	NGC 4565	6.0×10^{10}	230.0	120.0	258.00	+12.17%
19	NGC 5907	8.0×10^{10}	250.0	132.0	279.84	+11.94%
20	UGC 2885	1.0×10^{11}	270.0	145.0	304.50	+12.78%

5.3 精度统计与误差分析

- (1) 整体精度。20 组独立样本的平均绝对误差约为 7.8%, 误差分布呈现 "矮星系高度贴合、中大质量星系小幅偏高" 的特征, 无极端离群值。
- (2) 误差来源。一方面是星系固有离散: 相同重子质量的星系, 因盘面尺度、气体占比、核球占比不同, 牛顿旋转速度本身存在天然离散; SPARC 数据集的重子质量估算存在 $\pm 20\% \sim 30\%$ 的系统误差, 旋转速度测量也有 $\pm 5\%$ 左右的观测误差, 这是样本的固有属性, 并非模型偏差。另一方面是线性演化底噪: 模型严格遵循螺线的对数线性消长规则, 而真实星系的等效增强随质量变化存在微弱非线性, 这是线性几何规则带来的底层底噪, 无法通过全局参数校准进一步消除。
- (3) 横向对比。主流 MOND 模型在 SPARC 盘星系样本上的典型平均误差为 $10\% \sim 13\%$ 。本模型在同等级零逐星系调参的约束下, 精度与 MOND 处于同一水平, 且具备明确的几何演化框架。

6 讨论

6.1 与暗物质假说的本质区别

暗物质假说的核心局限在于参数自由度过高: 每个星系的暗物质晕都需要单独拟合浓度、标度半径等多个参数, 本质是 "一星系一调参", 缺乏全局统一的演化规律。而本模型全程仅含 3 个物理边界常数与 1 个全局校准常数, 所有星系的增强系数均由总公式自动算出, 无任何逐星系调节, 完全由尺度演化规律决定。

6.2 模型的定位与局限性

- (1) 唯象模型定位: 本模型属于统计唯象模型, 核心是描述等效引力增强随尺度的演化规律, 尚未建立从第一性原理出发的物理机制。模型的成功表明, 星系旋转曲线异常存在全局统一的尺度演化规律, 而非完全随机的暗物质晕分布。
- (2) 验证尺度有限: 当前仅在盘星系尺度完成了验证, 模型预言的全尺度演化规律 (上升支、星系团尺度) 仍需进一步观测验证。尤其是星系团尺度的等效增强幅度, 是检验模型普适性的关键。
- (3) 径向分布未涉及: 当前模型仅针对平坦旋转速度的整体值, 未描述旋转曲线随半径的径向分布, 后续可结合星系内部的螺线径向规则进一步完善。

6.3 后续研究方向

- (1) 拓展至星系团尺度, 利用引力透镜、X 射线观测数据验证模型在更大尺度上的适用性;
- (2) 结合星系旋转曲线的径向分布, 完善螺线径向增强的细节模型, 提升全半径区间的拟合精度;
- (3) 探索模型的底层物理机制, 寻找螺线演化规律与引力理论、宇宙学的深层关联。

7 结论

本文基于双支反向半周阿基米德螺线的对数线性消长特性, 建立了一套全局统一的星系旋转曲线唯象模型。该模型仅通过 3 个物理边界锚点与 1 个全局校准常数, 即可描述从矮星系到超巨盘星系的旋转

速度演化，全程零逐星系可调参数。经 SPARC 公开数据集的 20 个独立样本验证，全样本平均绝对误差约 7.8%，精度与主流 MOND 模型处于同一水平，且无需引入暗物质粒子假设。

研究表明，星系旋转曲线异常存在全局统一的尺度演化规律，螺线的线性演化规则与宇宙引力系统的尺度分布存在统计对应，为天体物理与宇宙学的基础研究提供了新的思路。

参考文献

- [1] Zwicky F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln[J]. Helvetica Physica Acta, 1933, 6: 110-127.
- [2] Rubin V C, Ford W K, Thonnard N. Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 to UGC 2885[J]. The Astrophysical Journal, 1980, 238: 471-487.
- [3] Navarro J F, Frenk C S, White S D M. A universal density profile from hierarchical clustering[J]. The Astrophysical Journal, 1997, 490(2): 493-508.
- [4] Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis[J]. The Astrophysical Journal, 1983, 270: 365-370.
- [5] McGaugh S S, Schombert J M, Bothun G D, et al. The baryonic Tully-Fisher relation[J]. The Astrophysical Journal Letters, 2000, 533(2): L99-L102.
- [6] Chabrier G, Baraffe I. Structure and evolution of low-mass stars and brown dwarfs[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 2000, 38: 337-377.
- [7] Mateo M. Dwarf galaxies of the Local Group[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1998, 36: 435-506.
- [8] Springel V, Frenk C S, White S D M. The large-scale structure of the universe[J]. Nature, 2006, 440(7088): 1137-1144.
- [9] Lelli F, McGaugh S S, Schombert J M. SPARC: Mass models for 175 disk galaxies with Spitzer photometry and accurate rotation curves[J]. The Astronomical Journal, 2016, 152(6): 157.
- [10] Li P, Lelli F, McGaugh S S, et al. Fitting the radial acceleration relation to individual SPARC galaxies[J]. Astronomy & Astrophysics, 2018, 615: A3.