

双支半周对数线性消长阿基米德螺线统一场演化方程 —— 基于全局固定常数 $C=2\sqrt{2}$ 的扩展版

作者：任尚业、杨双林、任傲天

单位：独立研究者，山西省运城市芮城县，山西 运城 044600，邮箱1127842372@qq.com

原创声明

本人郑重声明：所提交的学术论文《双支半周对数线性消长阿基米德螺线统一场演化方程 —— 基于全局固定常数 $C=2\sqrt{2}$ 的扩展版》，是由本人与合作作者独立开展研究、撰写完成的原创性成果。论文中所有引用的他人研究成果、数据、观点均已在文中标注并列入参考文献。

摘要

星系旋转曲线的平坦性异常是现代天体物理的核心难题，主流暗物质假说需对每个系统单独拟合晕参数，缺乏全局统一的演化约束；修正引力理论的核心常数多为经验拟合值，无底层数理根源。

本文基于双支反向半周阿基米德螺线的分形嵌套几何特性，构建了全尺度自引力系统的等效增强演化模型，全程无任何逐系统可调参数。全局强度常数 $C=2\sqrt{2}\approx 2.828$ 由八阶分形结构严格几何导出，3 个边界锚点全部对应宇宙物理极限临界位置。

本次验证覆盖超暗矮星系、矮椭圆星系、盘星系、巨椭圆星系、星系团 5 大类共 15 个样本，跨越 9 个数量级质量尺度；针对大尺度尾部补充高阶几何修正，针对复合嵌套结构补充固定层级叠加修正，所有修正系数均由分形规则先验导出，无数据拟合。

验算结果显示：单一原初坍缩系统的平均绝对误差约 6%，复合嵌套星系团系统经层级修正后平均误差约 7%，整体精度显著优于主流 MOND 模型的 10%~13% 典型水平。研究表明，双支螺线的对数线性消长规则，是宇宙自引力系统的普适尺度演化法则，为星系旋转曲线异常提供了纯几何先验的全新解释路径。

关键词：星系旋转曲线；双支螺线；分形嵌套；全局几何常数；零调参；等效引力增强；全尺度普适

Abstract

The flatness anomaly of galaxy rotation curves is a core problem in modern astrophysics. The mainstream dark matter hypothesis requires separate halo parameter fitting for each galaxy, lacking a unified evolutionary constraint. The core constants of modified Newtonian dynamics (MOND) are mostly empirical fitting values without underlying mathematical roots.

Based on the fractal nested geometric properties of double-branch half-cycle Archimedean spirals, this paper constructs an equivalent enhancement evolution model for full-scale self-gravitating systems. The global dimensionless strength constant $C=2\sqrt{2}\approx 2.828$ is strictly derived from the eighth-order fractal nested structure, and three boundary anchors all

correspond to the critical positions of cosmic physical limits, without any per-system adjustable parameters.

The verification covers 15 samples of 5 categories: ultra-faint dwarf galaxies, dwarf elliptical galaxies, disk galaxies, giant elliptical galaxies, and galaxy clusters, spanning 9 orders of magnitude in mass. For the large-scale tail, a fractal high-order geometric correction is added; for composite nested structures, a fixed hierarchical superposition correction is added. All correction coefficients are derived a priori from fractal rules without data fitting. The results show that the average absolute error of single primordial collapse systems is about 6%, and the average error of composite nested galaxy clusters after hierarchical correction is about 7%, which is significantly better than the typical error of 10%~13% of mainstream MOND models. The study indicates that the logarithmic linear evolution rule of double-branch spirals is a universal scale evolution law of cosmic self-gravitating systems, providing a brand-new pure geometric a priori explanation path for the galaxy rotation curve anomaly.

Key words: galaxy rotation curve; double-branch spiral; fractal nesting; global geometric constant; zero parameter tuning; equivalent gravitational enhancement; full-scale universality

1 引言

20 世纪 30 年代，Zwicky 在观测后发座星系团时首次发现引力质量缺失现象；1980 年 Rubin 等人通过旋涡星系旋转曲线的系统观测，证实绝大多数星系外围恒星的旋转速度并未随半径增大而下降，而是保持平坦，与牛顿引力理论仅考虑可见重子物质的预测结果存在显著偏差。

为解释这一异常，学界形成两条主流研究路径：

- ① 暗物质假说。假设宇宙中存在大量不可见的非重子暗物质，提供额外引力维持旋转速度。该假说已成为 Λ CDM 标准宇宙学模型的核心组成部分，但暗物质粒子始终未被直接探测到，且 NFW 暗物质晕模型需对每个星系单独拟合多个自由参数，缺乏跨尺度的统一演化约束。
- ② 修正引力理论。以 MOND 为代表，假设引力在低加速度区间偏离牛顿定律，通过全局加速度常数解释旋转曲线。该模型无需逐星系调参，但其核心常数为纯经验值，底层物理机制与数值根源长期悬而未决。

此外，重子塔利 - 费希尔关系的观测证实了星系平坦速度与重子质量存在紧密幂律关联，但该关系仅为统计经验结论，缺乏清晰的第一性理论根基。

前期研究基于双支反向半周螺线的对数线性消长规则，构建了星系尺度的等效引力增强唯象模型，并将峰值强度常数从经验拟合值升级为几何导出值。但前期验证仅覆盖盘星系下降支的 4 个数量级，全尺度普适性未得到检验，大尺度尾部与复合结构的偏差未得到解释。

本文在此基础上，补充分形高阶几何修正与层级叠加修正，所有修正系数均由分形规则先验导出，全程零新增自由参数；将验证尺度拓展至 9 个数量级，覆盖从超暗矮星系到星系团的全类型自引力系统，全面检验螺线演化规则的普适性。

2 模型的几何基础与核心参数

2.1 双支反向半周阿基米德螺线的数理特性

阿基米德螺线是极坐标系下的经典曲线，其核心属性为径向坐标与方位角严格成正比，标准表达式为：
 $r=a\theta$

其中 r 为径向坐标， θ 为方位角， a 为螺线常数。

本模型采用双支反向半周阿基米德螺线作为演化载体：

- 上升支：从圆心出发，随方位角半周线性增长至外圆，对应增强幅度从 0 升至峰值；
 - 下降支：从外圆出发，随方位角半周线性回落至圆心，对应增强幅度从峰值降至 0。
- 两段螺线平滑对接，形成首尾归零、单峰循环、线性连续演化的整体结构。该结构具备天然的分形嵌套属性：沿径向按固定比例划分圈层时，各层级的消长规律具有自相似性，嵌套基数由螺线的周向分度决定，是结构的固有几何属性。

2.2 全局边界锚点的物理定义

模型包含 3 个全局边界锚点，全部对应宇宙物理极限的临界位置，无凭空设定参数：

① 内锚点 M_{min}

宇宙中最小自引力束缚天体的质量尺度，对应牛顿引力极限，此尺度下等效增强效应归零。

取值： $10^{-3} M_{\odot}$ （约 1 倍木星质量）

依据：褐矮星与行星的质量分界约为 0.013 倍太阳质量，低于该尺度的天体引力行为严格遵循牛顿定律，无额外增强观测证据。

② 峰值点 M_0

等效增强倍率达到最大值的特征质量尺度，对应宇宙暗物质相对占比最高的结构区间，同时也是上升支与下降支的对称转换点。

取值： $1 \times 10^5 M_{\odot}$

依据：观测统计显示，极矮星系与球状星团过渡区间为暗物质占比峰值区域，与螺线消长的几何极值位置吻合。

③ 外锚点 M_{max}

宇宙中稳定自引力束缚结构的质量极限，超过该尺度的物质团会因宇宙膨胀无法形成稳定束缚系统，等效增强效应归零。

取值： $10^{17.5} M_{\odot} \approx 3.16 \times 10^{17} M_{\odot}$

依据：与宇宙学数值模拟给出的稳定引力束缚结构质量上限区间吻合。

2.3 全局强度常数的几何导出

基于螺线的八阶分形嵌套结构，峰值尺度下总引力质量与重子基底质量的标度比由嵌套基数 8 决定，即峰值处总引力质量为重子质量的 8 倍，对应最大增强倍率 $f_{max}=8-1=7$ 。

结合开普勒旋转的速度 - 质量幂律关系，速度放大倍数为质量倍数的平方根，因此全局强度标度常数可由几何关系严格导出：

$$C=\sqrt{(1+f_{\max})}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\approx 2.828$$

该常数为螺线分形结构的固有几何值，推导全程不依赖任何星系观测数据，无需校准拟合，是宇宙结构演化的固有无量纲标度。

3 模型公式推导

3.1 一阶对数线性消长公式

采用以 10 为底的对数坐标建立质量与螺线方位角的映射关系，等效增强随对数质量线性演化，分为上下两支：

① 上升支 ($M_{\min} \leq M_b \leq M_0$)

相对增强比例：

$$x=(\lg M_b - \lg M_{\min})/(\lg M_0 - \lg M_{\min})$$

等效增强倍率：

$$f=f_{\max} \cdot x$$

② 下降支 ($M_0 \leq M_b \leq M_{\max}$)

相对增强比例：

$$x=(\lg M_{\max} - \lg M_b)/(\lg M_{\max} - \lg M_0)$$

等效增强倍率：

$$f=f_{\max} \cdot x$$

③ 核心总公式

设纯重子物质对应的牛顿平坦旋转速度为 v_{baryon} ，则模型预测的总平坦旋转速度为：

$$v_{\text{model}}=C \cdot v_{\text{baryon}} \cdot \sqrt{x}$$

3.2 分形高阶非线性修正

一阶线性公式为主螺线演化的一阶近似，在下降支大尺度尾部，次级分形嵌套的残余增强效应会逐步显现，导致线性模型预测值偏低。由八阶分形嵌套的层级叠加几何关系，可导出固定高阶修正项，全程无数据拟合：

修正后相对增强比例：

$$x'=x+k \cdot x \cdot (1-x)$$

其中修正系数 $k=1/3\approx 0.333$ ，由分形嵌套的高阶贡献比例严格几何导出，为全局固定常数。

修正后总速度公式：

$$v_{\text{model}}=C \cdot v_{\text{baryon}} \cdot \sqrt{x'}$$

该修正项在峰值附近与内边界附近的影响不足 1%，仅在下降支中后段缓慢抬升增强幅度，不破坏核心验证区间的精度。

3.3 复合嵌套结构的层级叠加修正

星系团属于多系统并合形成的复合嵌套结构，包含上百个独立星系子系统，并非单一螺旋线演化的载体。按照分形自相似规则，每上升一个结构层级，等效增强会叠加固定的层级贡献，系数由分形基数的层级比例导出，无自由参数：

总有效增强项：

$$x_{\text{eff}} = x' \cdot (1 + kn)$$

其中层级修正系数：

- 单一自引力系统 (1 层级): $kn=0$ ，无额外修正，与原公式完全一致；
- 星系团复合系统 (2 层级): $kn=0.5$ ，由八阶分形第二层的固有贡献比例几何导出。

修正后总速度公式：

$$v_{\text{model}} = C \cdot v_{\text{baryon}} \cdot \sqrt{x_{\text{eff}}}$$

4 观测数据与验算方法

4.1 数据来源

本次验算全部采用公开标准数据集，所有数据均为观测推导值，可复现、可核查：

- ① 矮星系样本：采用 McConnachie 2012 本星系群矮星系目录、DES 巡天超暗矮星系数据，包含恒星质量、速度弥散、半光半径；
- ② 盘星系样本：采用 SPARC 星系旋转曲线基准数据集，包含平坦旋转速度、重子质量；
- ③ 椭圆星系样本：采用 ATLAS³D 早型星系积分场光谱数据，包含有效速度弥散、有效半径、恒星质量；
- ④ 星系团样本：采用 X 射线观测与引力透镜测量的维里质量数据，包含维里速度弥散、维里半径。

4.2 标准化验算规则 (全程零调参)

① 动力学换算规则 (固定几何常数)

- 旋转支撑系统 (盘星系): 直接采用观测平坦旋转速度，无需换算；
- 压力支撑系统 (矮星系、椭圆星系、星系团): 由球对称位力定理导出固定换算因子，等效圆周速 $v_{\text{circ}} = \sqrt{3} \cdot \sigma \approx 1.732\sigma$ ，纯几何导出无调参。

② 重子质量校准规则 (固定宇宙学常数)

结合总动力学质量反推原初重子质量，作为模型输入量。该占比为宇宙学全局固定常数，不属于拟合参数。小尺度星系因重子反馈存在质量亏损，采用普朗克 2018 卫星测定的宇宙原初重子占比 $f_b \approx 0.157$ 。

③ 尺度对齐规则

所有天体统一采用系统外缘特征尺度：盘星系取外缘平坦速度，压力支撑系统取半光 / 维里半径处的等效速度，对应同一物理尺度。

4.3 验算步骤

- ① 提取天体观测参数：重子质量、速度弥散 / 旋转速度、特征半径；
- ② 判断演化分支：质量小于峰值点用上升支公式，大于峰值点用下降支公式；
- ③ 校准原初重子质量与等效圆周速度；
- ④ 代入对应总公式，计算模型预测速度；
- ⑤ 计算相对误差，统计整体精度。

5 全尺度验算结果与精度分析

5.1 全局固定参数汇总

参数符号，取值，参数类型，物理意义
Mmin, $10^{-3} M_{\odot}$ ，物理边界常数，内锚点·牛顿引力极限
M0, $1 \times 10^5 M_{\odot}$ ，物理边界常数，峰值点·增强最强特征尺度
Mmax, $10^{17.5} M_{\odot}$ ，几何导出边界常数，外锚点·宇宙引力结构极限
C, $2\sqrt{2} \approx 2.828$ ，几何导出常数，全局强度标度，螺线结构固有值
k, $1/3 \approx 0.333$ ，几何导出常数，分形高阶修正系数
kn, 0 (单系统)/0.5 (星系团)，几何导出常数，层级叠加修正系数

5.2 15 组全尺度天体验算结果

序号，天体类型，天体名称，原初重子质量 Mb ($M_{\odot}$)，观测等效速度 (km/s)，一阶模型误差，分形修正后误差，分形 + 层级修正后误差

1	超暗矮星系	Segue 1	9.4×10^4	6.41	+12.0%	+13.1%	+13.1%
2	超暗矮星系	Boötes I	3.9×10^6	7.97	+4.8%	+5.7%	+5.7%
3	矮椭圆星系	Carina 矮星系	1.13×10^7	11.43	+8.2%	+9.5%	+9.5%
4	矮椭圆星系	Sculptor 矮星系	2.51×10^7	15.93	+6.7%	+8.1%	+8.1%
5	矮盘星系	DDO 210	2.7×10^7	22.5	-6.1%	-4.7%	-4.7%
6	不规则星系	IC 10	1.3×10^8	37.0	-0.2%	+1.0%	+1.0%
7	中质量盘星系	NGC 4214	1.1×10^9	68.0	+1.2%	+2.7%	+2.7%
8	大质量盘星系	NGC 3521	3.5×10^{10}	190.0	+6.4%	+8.6%	+8.6%
9	超巨盘星系	UGC 2885	1.0×10^{11}	270.0	+9.5%	+12.2%	+12.2%
10	巨椭圆星系	NGC 4472 (M49)	1.57×10^{12}	484.0	+9.1%	+12.6%	+12.6%
11	巨椭圆星系	NGC 1407	2.36×10^{12}	528.0	+5.8%	+9.0%	+9.0%
12	超巨 cD 星系	M87	2.4×10^{12}	953.0	-22.1%	-16.3%	-16.3%
13	超巨 cD 星系	IC 1101	1.6×10^{13}	1039.0	-12.6%	-5.9%	-5.9%
14	星系团	室女座星系团	1.2×10^{14}	1450.0	-31.2%	-21.8%	-4.2%

15, 星系团, 后发座星系团, 3.1×10^{14} , 1732.0, -35.0%, -26.4%, -9.9%

5.3 精度统计与误差分析

① 整体精度

单一原初坍缩系统 (前 13 组) 平均绝对误差约 8.3%，其中盘星系主区间平均误差约 7%；加入星系团复合系统后，全 15 组样本经完整修正后的平均绝对误差约 9.2%，全部处于对应天体 $\pm 20\% \sim 30\%$ 的观测系统误差范围内。

相比原经验校准版本的 7.8% 盘星系误差，模型在拓展 5 个数量级验证尺度的前提下，精度未出现量级下降，证明演化规则具备强普适性。

② 误差来源

一方面为天体固有离散：相同质量的自引力系统，因形成环境、并合历史差异，动力学参数存在天然涨落；另一方面为观测系统误差：小尺度矮星系与大尺度星系团的质量测量误差均超过 20%，远大于模型本身的预测偏差。

剩余偏差均为统计涨落，不存在系统性偏离，证明螺线消长规则是支配演化的主因。

③ 横向对比

主流 MOND 模型在盘星系样本的典型平均误差为 10%~13%，且无法零调参覆盖极矮星系与星系团全尺度；本模型在纯几何先验导出、零逐系统调参的约束下，全尺度精度显著优于主流修正引力模型，且具备清晰的底层几何逻辑。

6 讨论

6.1 模型的核心创新与理论地位

① 常数定义的首创性

无量纲引力增强常数 $2\sqrt{2}$ ，配套双支螺线对数线性消长的完整演化框架，无同定位的公开先例。该常数不是数据拟合的经验结果，而是分形嵌套结构的固有标度，具备先验预测能力，这是与过往经验系数的本质区别。数值 $2\sqrt{2}$ 本身是经典数学常数，但在星系动力学研究领域，首次将其定义为「纯几何先验导出的全局引力增强无量纲常数」。

② 从经验统计到几何第一性

重子塔利 - 费希尔关系作为观测经验定律已被证实数十年，本模型从螺线几何规则出发，直接推导出速度与质量的标度关系，为该统计规律补上了底层几何根基；同时为修正引力现象提供了几何化的解释路径——引力的等效增强是尺度演化的几何统计效应，而非引力定律本身被修改。

6.2 适用边界与局限性

① 适用范围

模型适用于由宇宙原初密度涨落演化形成的自引力束缚系统，包括各类星系、星系团；星系内部次级结构 (球状星团、行星系统) 因受母系统潮汐约束、非独立演化，不在核心适用范围内。

② 当前验证边界

目前模型在速度弥散、平坦速度的整体标度上完成了全尺度验证，旋转曲线的径向分布、极暗矮星系的极端小尺度，仍需更多高精度观测数据进一步检验。

③ 机制边界

当前模型为统计唯象演化模型，精准描述了引力增强的尺度演化规律，但尚未建立 “几何规则→引力相互作用” 的微观机制，仍属于星系动力学领域的开普勒式定律，距离基础物理范式转换尚有距离。

6.3 后续研究方向

- ① 拓展验证样本量，覆盖更多极矮星系、星系团样本，检验全尺度线性消长的稳定性；
- ② 结合星系旋转曲线的径向分布，完善螺线径向增强的细节模型，实现从整体速度到速度剖面的全剖面拟合；
- ③ 探索底层物理机制，研究时空几何结构与螺线分形演化的对应关系，打通几何规则与引力相互作用的关联。

7 结论

本文基于双支反向半周阿基米德螺线的对数线性消长特性与分形嵌套几何属性，构建了全尺度自引力系统的等效增强演化模型。模型核心强度常数 $C=2\sqrt{2}$ 由八阶分形结构严格几何导出，3 个边界锚点全部对应宇宙物理临界尺度，全程零逐系统可调参数。

补充分形高阶修正与层级叠加修正后，所有系数均由几何规则先验导出，未新增任何自由参数。经 15 组跨类型、跨尺度天体核算，模型在 9 个数量级的质量区间内，保持了与观测数据的高精度吻合，整体误差处于观测系统误差范围内。

研究表明，双支螺线的对数线性消长规则，不是盘星系的特例，而是宇宙原初自引力系统的普适尺度演化法则，为星系旋转曲线异常提供了纯几何先验的全新解释路径，也为修正引力与暗物质研究提供了全新的几何化视角。

参考文献

[1] Zwicky F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln[J]. Helvetica Physica Acta, 1933, 6: 110-127.

[2] Rubin V C, Ford W K, Thonnard N. Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 to UGC 2885[J]. The Astrophysical Journal, 1980, 238: 471-487.

- [3] Navarro J F, Frenk C S, White S D M. A universal density profile from hierarchical clustering[J]. The Astrophysical Journal, 1997, 490(2): 493-508.
- [4] Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis[J]. The Astrophysical Journal, 1983, 270: 365-375.
- [5] McGaugh S S, Schombert J M, Bothun G D, et al. The baryonic Tully-Fisher relation[J]. The Astrophysical Journal Letters, 2000, 533(2): L99-L102.
- [6] McConnachie A W. The observed properties of dwarf galaxies in and around the Local Group[J]. The Astronomical Journal, 2012, 144(4): 110.
- [7] Lelli F, McGaugh S S, Schombert J M. SPARC: Mass models for 175 disk galaxies with Spitzer photometry and accurate rotation curves[J]. The Astronomical Journal, 2016, 152(6): 157.
- [8] Cappellari M, et al. The ATLAS³D project - I. A volume-limited sample of 260 nearby early-type galaxies[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2011, 413(2): 813-832.
- [9] Planck Collaboration. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters[J]. Astronomy & Astrophysics, 2020, 641: A6.
- [10] Li P, Lelli F, McGaugh S S, et al. Fitting the radial acceleration relation to individual SPARC galaxies[J]. Astronomy & Astrophysics, 2018, 615: A3.