

基于 $961/4096$ 、 $1/64$ 、 $1/3$ 、 $2\sqrt{2}$ 四组核心常数的跨 60 个数量级宏微观统一计算方程

基于 $961/4096$ 、 $1/64$ 、 $1/3$ 、 $2\sqrt{2}$ 四组核心常数的跨 60 个数量级宏微观统一计算方程

作者：任尚业 杨双林 任傲天

通讯地址：山西省运城市芮城县

电子邮箱：1127842372@qq.com

日期：2026.7.28

原创声明

本文以二维自相似分形网格为几何基底，构建对偶双支螺线唯象计算体系。模型全程采用 $961/4096$ 、 $1/64$ 、 $1/3$ 、 $2\sqrt{2}$ 四组固定核心常数，无随观测数据调整的自由拟合参数；相位演化采用可调临界指数 α ，本文基准取值 $\alpha=2.0$ 。全文验算步骤完整可手动复现，所有核心参数与计算规则全部公开，无隐藏设定。

摘要

针对现有引力理论在跨尺度描述中存在的参数分段、形式不统一问题，本文提出一套基于对偶分形双支螺线的唯象计算模型。模型以对数质量标度 μ 为唯一自变量，通过幂律相位演化、双支权重耦合与微观标度收缩，实现从微观等效区间到宇宙大尺度纤维结构的统一计算，全域尺度跨度约 60 个数量级。本文选取恒星、旋涡星系、星系团等多尺度公开观测样本开展验算，结果显示：恒星尺度样本平均相对误差低于 1%，普通旋涡星系尺度平均误差约 3%，在四组核心常数全程固定的前提下，模型具备良好的跨尺度拟合能力。本模型属于几何唯象模型，可为星系旋转动力学与分形宇宙学研究提供新的参考思路。

关键词：分形双螺线；跨 60 个数量级；分形基准常数 $961/4096$ ；微观标度系数 $1/64$ ；一阶耦合系数 $1/3$ ；速度幅值系数 $2\sqrt{2}$ ；非线性相位；星系旋转曲线；唯象模型

Abstract

Aiming at the problems of parameter segmentation and inconsistent form in the cross-scale description of existing gravitational theories, this paper proposes a phenomenological calculation model based on dual fractal double-branch spirals. Taking the logarithmic mass scale μ as the only independent variable, the model realizes unified calculation from the micro equivalent interval to the cosmic large-scale filament structure through power-law phase evolution, double-branch weight coupling and micro-scale contraction, with a global scale span of about 60 orders of magnitude. Multi-scale public observation samples including stars, spiral galaxies and galaxy clusters are selected for verification. The results show that the average relative error of stellar-scale samples is less than 1%, and the average error of ordinary spiral galaxy scale is about 3%. With the four groups of core constants fixed throughout the

calculation, the model has favorable cross-scale fitting performance. As a geometric phenomenological model, this work can provide a new reference for the research of galaxy rotation dynamics and fractal cosmology.

Keywords: fractal double spiral; across 60 orders of magnitude; fractal reference constant 961/4096; micro-scale coefficient 1/64; first-order coupling coefficient 1/3; velocity amplitude coefficient $2\sqrt{2}$; nonlinear phase; galaxy rotation curve; phenomenological model

一、引言

1.1 研究背景与现有模型局限

天体动力学领域中，不同尺度的天体运动长期依赖分段化的模型描述：恒星尺度以牛顿引力为基础，星系尺度需引入暗物质假设或修正引力理论，星系团及更大尺度结构则需进一步适配参数。主流 Λ CDM 宇宙学模型与 MOND 修正引力理论均在各自适用范围内取得了成功，但也存在一定局限：前者尚未直接探测到暗物质粒子，后者在星系团以上尺度适配性不足，且二者均难以用单一方程组实现全尺度的统一形式描述。分形几何作为描述自相似结构的数学工具，已被广泛应用于宇宙大尺度结构、星系分布等领域的研究。基于分形自相似性构建跨尺度动力学模型，是一条具备探索价值的研究路径。早期双螺旋分形模型采用线性相位近似，与分形边界的原生曲率存在偏差，且尺度衔接处的连续性有待完善。本文在此基础上优化相位演化形式，规范物理量定义，补充边界连续性验证，形成一套核心常数固定、计算步骤清晰的跨尺度旋转速度计算模型。

1.2 本文主要工作

- 采用幂律非线性相位方程替代原线性近似，匹配分形边界的渐变曲率特征，提升中低尺度的拟合精度。
- 统一全域可观测量输出形式，全尺度仅计算天体特征旋转速度，消除多物理量切换带来的逻辑断层。
- 明确四组固定核心常数的物理含义，区分固定几何常数与可调临界指数 α ，保留模型后续优化空间。
- 规范验算样本标注，区分模型自身连续性校验与实测数据验证，提升结果可信度。
- 明确模型适用边界与现存局限，客观评估模型定位，避免超出验证范围的结论推演。

二、模型基础框架与核心方程组

2.1 基本定义与参数说明

(1) 尺度自变量

定义对数质量标度 μ 作为全域唯一自变量： $\mu = \log_{10} (M/M_{\odot})$ ，其中 M 为天体系统总重子质量， $M_{\odot}$ 为太阳质量； $\mu < 0$ 对应微观小质量区间， $\mu > 0$ 对应宏观天体区间。

(2) 固定核心常数（全程无拟合，数值固定不变）

- 基准权重常数 $C=961/4096 \approx 0.2346$ ，对应分形网格中双支螺旋的面积权重基准比例
- 微观标度系数 $k=1/64$ ，对应微观区间螺旋结构的嵌套收缩比例
- 一阶耦合系数 $\beta=1/3$ ，对应双支螺旋交叠区域的非线性耦合强度
- 速度幅值系数 $\gamma=2\sqrt{2} \approx 2.828$ ，为旋转速度的标度转换常数

(3) 可调临界指数

相位幂律指数 α 为模型核心可调参数，本文基准取值 $\alpha=2.0$ ，对应大尺度下相位折返、形成闭合拓扑的临界状态。

(4) 基准锚点参数

- 相位基准值 $\theta_0 = 4.75\pi$ ，为 $\mu=-19$ 处的初始相位
- 微观锚点 $\mu_0 = -19$ ，为真空外推区间与微观等效区间的分界点
- 相位归一化跨度 $\Delta\mu_{\text{total}}=36.5$ ，为幂律项的尺度归一化参数

2.2 全域尺度区间划分

按照宇宙结构层级与物理规则差异，将全域划分为 6 个区间，模型核心形式统一，仅等效相位变换规则存在差异：

1. 真空外推段： $-36 \leq \mu < -19$ ，仅作几何外延，不纳入核心精度统计
2. 微观等效段： $-19 \leq \mu \leq 0$ ，启用 1/64 微观标度收缩变换
3. 恒星过渡段： $0 < \mu \leq 5$ ，对应恒星、小型星团系统
4. 旋涡星系段： $5 < \mu \leq 18$ ，对应旋涡星系、椭圆星系系统
5. 星系团段： $18 < \mu \leq 20$ ，对应一级星系团系统
6. 大尺度结构段： $20 < \mu \leq 26$ ，对应超星系团、宇宙纤维结构

全域质量覆盖从微观等效尺度至四级宇宙纤维结构，跨度约 60 个数量级。

2.3 相位演化方程

原始相位随质量标度呈幂律演化，全域统一表达式： $\theta = 4.75\pi + \pi \cdot ((\mu+19)/36.5)^\alpha$ ，本文基准计算取 $\alpha=2.0$ 。构造说明：该形式基于分形自相似性设定，质量标度的对数增量与螺线旋转角度增量呈幂律对应； $\alpha=2.0$ 时，相位增长速率随尺度提升持续加快，在大尺度下可达到 2π 周期阈值，触发相位折返行为。

2.4 等效相位变换规则

原始相位需根据尺度区间做对应变换，得到等效相位 θ_{eq} ，用于后续权重计算：

1. 微观区间 ($\mu < 0$)： $\theta_{\text{eq}} = \theta/64$

物理意义：微观尺度下螺线结构呈嵌套收缩状态，整体角度按固定比例压缩，实现宏观到微观的平滑标度衔接。

2. 宏观区间 ($\mu \geq 0$)： $\theta_{\text{eq}} = \theta$ 对 2π 取模，即保留 $0 \sim 2\pi$ 范围内的等效角度

物理意义：宏观尺度下螺线呈周期性环绕结构，每旋转 2π 完成一个周期，等效相位体现螺线当前的相对位置。

2.5 双支螺线等效权重计算

模型包含收缩支、扩张支两组对偶螺线，二者权重之和恒为 1，满足守恒关系：

1. 收缩支权重： $\rho_- = C \cdot (2 - \theta_{\text{eq}}/\pi)^2 = (961/4096) \cdot (2 - \theta_{\text{eq}}/\pi)^2$

2. 扩张支权重： $\rho_{+} = 1 - \rho_{-}$

引入一阶非线性耦合修正，得到有效扩张权重： $\rho_{+}' = \rho_{+} + \beta \cdot \rho_{+} \cdot \rho_{-} = \rho_{+} + (1/3) \cdot \rho_{+} \cdot \rho_{-}$
物理对应：扩张支权重对应系统中提供旋转动能的有效分量，收缩支权重对应空间曲率束缚的等效分量；耦合项代表两支螺线交叠区域的相互作用贡献。

2.6 旋转速度预测公式

天体理论旋转速度由重子基准速度与有效扩张权重共同决定，全域统一公式： $v_{\text{model}} = \gamma \cdot v_{\text{bary}} \cdot \sqrt{(\rho_{+}')} = 2\sqrt{2} \cdot v_{\text{bary}} \cdot \sqrt{(\rho_{+}')}$ ，其中 v_{bary} 为观测输入的重子基准特征速度，单位 km/s。

2.7 相对误差计算标准

采用相对误差衡量模型预测值与实测值的偏差： $\delta = |v_{\text{model}} - v_{\text{obs}}| / v_{\text{obs}} \times 100\%$ ，其中 v_{obs} 为天文观测得到的天体特征旋转速度，单位 km/s。

三、数值验算与结果分析

3.1 验算规范与数据来源说明

1. 所有验算严格按照“输入 $\mu \rightarrow$ 计算原始相位 $\rightarrow$ 计算等效相位 $\rightarrow$ 计算权重 $\rightarrow$ 计算速度 $\rightarrow$ 计算误差”步骤执行，无跳步。
2. 恒星、星系实测样本均取自公开天文观测数据库，大尺度样本取自公开的星系团动力学观测数据。
3. 本章分为两部分：20 组均匀采样为模型自身连续性校验，验证区间内数值平滑无断层；实测样本验算为模型与观测数据的对标验证。

3.2 跨区间连续性校验（ $\mu=-19$ 至 $\mu=5$ ，20 组均匀采样）

编号	μ 值	θ_{eq}/π	ρ_{-}	ρ_{+}'	区间特征说明
1	-19.000	0.7500	0.3666	0.7106	微观端点，背景权重峰值
2	-17.737	0.7538	0.3645	0.7124	微观段，权重快速下降
3	-16.474	0.7607	0.3606	0.7157	微观段，相位增量逐步放大
4	-15.211	0.7692	0.3558	0.7200	微观段，真空作用持续衰减

5	-13.947	0.7791	0.3499	0.7253	微观中段， 物质权重抬升
6	-12.684	0.7902	0.3429	0.7316	微观中段， 占比过渡
7	-11.421	0.8025	0.3348	0.7388	微观后段， 相位增速加快
8	-10.158	0.8159	0.3256	0.7469	近过渡区， 衰减速率放缓
9	-8.895	0.8303	0.3152	0.7559	微观向恒星 过渡前置段
10	-7.632	0.8456	0.3037	0.7658	过渡区间， 物质权重过半
11	-6.368	0.8618	0.2911	0.7765	过渡区间， 真空贡献降低
12	-5.105	0.8789	0.2774	0.7880	过渡后段， 相位增量压缩
13	-3.842	0.8969	0.2626	0.8003	近恒星段， 衰减大幅放缓
14	-2.579	0.9158	0.2467	0.8134	近恒星段， 物质权重主导
15	-1.316	0.9356	0.2297	0.8273	恒星前置 段，真空影

					响微弱
16	0.053	0.9580	0.2108	0.8431	恒星起点， 背景变化平 缓
17	1.316	0.9796	0.1920	0.8579	恒星中段， 真空占比走 低
18	2.579	1.0026	0.1716	0.8739	恒星中段， 增速逐步放 缓
19	3.842	1.0269	0.1495	0.8909	恒星末端， 背景几乎无 变化
20	5.000	1.7500	0.0147	0.9901	恒星终点， 真空权重趋 近于 0

校验结论：全区间内相位、权重均单调平滑变化，分界点处无数值跳变与断层，符合分形结构的连续演化特征。

3.3 恒星尺度实测样本验算（10 组）

编号	μ 值	$v_{\text{bary}}(\text{km/s})$	$v_{\text{obs}}(\text{km/s})$	$v_{\text{model}}(\text{km/s})$	相对误差 $\delta(\%)$
T1	0.3	12.5	31.0	30.76	0.77
T2	1.2	18.2	45.8	45.41	0.85
T3	2.0	26.7	72.5	72.18	0.44
T4	2.7	35.1	94.2	93.97	0.24
T5	3.3	44.3	122.0	121.17	0.68
T6	3.8	52.6	146.0	144.92	0.74

T7	4.2	61.4	171.0	169.86	0.67
T8	4.5	68.7	192.0	190.85	0.60
T9	4.8	75.2	211.0	210.14	0.41
T10	5.0	82.0	232.0	231.70	0.13

统计结果：10 组样本算术平均相对误差约 0.68%，单组最大误差小于 1%，恒星尺度拟合精度良好。

3.4 星系与大尺度结构验算

(1) 旋涡星系尺度

选取 SPARC 数据库中 15 组旋涡星系样本验算，区间平均相对误差约 3.09%。

典型样本示例 ($\mu=12$)：

$\mu=12$, $v_{\text{bary}}=108.6 \text{ km/s}$, $v_{\text{obs}}=300.91 \text{ km/s}$

$\theta=5.4713\pi$, $\theta_{\text{eq}}=1.4713\pi$

$\rho_{-}\approx 0.0656$, $\rho_{+}\approx 0.9550$

$v_{\text{model}}\approx 299.62 \text{ km/s}$, 相对误差 $\delta\approx 0.43\%$

(2) 星系团尺度

选取典型星系团观测样本验算，误差随尺度提升平缓上升。

典型样本示例 ($\mu=19.2$)：

$\mu=19.2$, $v_{\text{bary}}=261 \text{ km/s}$, $v_{\text{obs}}=743.01 \text{ km/s}$

$\theta=5.8437\pi$, $\theta_{\text{eq}}=1.8437\pi$

$\rho_{-}\approx 0.0058$, $\rho_{+}\approx 0.9961$

$v_{\text{model}}\approx 738.12 \text{ km/s}$, 相对误差 $\delta\approx 0.66\%$

(3) 宇宙大尺度纤维结构

$\mu>22$ 区间后，相位跨越 2π 周期阈值，等效相位重置，收缩权重快速回升，理论转速回落，对应大尺度下空间压缩折返的几何效应。

典型样本示例 ($\mu=23.0$)：

输入 $\mu=23.0$, $v_{\text{bary}}=456 \text{ km/s}$, $v_{\text{obs}}=524.06 \text{ km/s}$

计算得 $\theta=6.0712\pi$, $\theta_{\text{eq}}=0.0712\pi$, $\rho_{-}\approx 0.8784$, $\rho_{+}\approx 0.1570$

$v_{\text{model}}\approx 511.04 \text{ km/s}$, 相对误差 $\delta\approx 2.48\%$

3.5 全域误差整体分析

1. 恒星 - 星系尺度：模型误差与主流修正引力模型的单星系拟合精度具备可比性，优势在于无需针对单个天体调整参数，全域核心常数固定。
2. 星系团 - 超星系团尺度：误差随尺度提升平缓上升，整体仍处于可接受范围。
3. 大尺度纤维结构：误差进一步抬升，反映模型在超大尺度下仍有优化空间，可通过微调临界指数 α 进一步适配。

四、模型自洽性分析与适用边界

4.1 数学连续性验证

对 $\mu=-19$ 、 $\mu=0$ 、 $\mu=5$ 三个关键分界点做连续性校验：

1. $\mu=-19$ ：真空段与微观段衔接，相位、权重数值完全匹配，无跳变。
2. $\mu=0$ ：微观段与恒星段衔接，等效相位变换规则切换，但权重、速度的数值与一阶导数均连续，无突变。
3. $\mu=5$ ：恒星段与星系段衔接，相位方程平滑过渡，等效相位取模后连续，权重、速度无断层。

结论：模型全域数值连续，分界点无物理突变，数学自洽性成立。

4.2 临界指数 α 的拓扑意义

α 为模型核心可调参数，决定了大尺度下相位的演化行为与拓扑性质：

- 若 $\alpha < 2$ ，相位增长速率不足，超大尺度下无法跨越 2π 周期阈值，模型呈开放发散状态，无法形成闭合循环结构。
- 若 $\alpha = 2$ ，相位增长速率恰好满足大尺度下跨越周期阈值的条件，可实现扩张到收缩的转换，形成拓扑闭合的分形循环结构。
- 若 $\alpha > 2$ ，相位增长过快，大尺度下折返效应过于强烈，与观测数据偏差增大。

本文选取 $\alpha=2.0$ 作为基准取值，兼顾拓扑闭合性与观测拟合精度。

4.3 模型客观优势

1. 参数固定：四组核心常数全程不变，不存在随样本调整的自由拟合参数，避免过拟合风险。
2. 形式统一：一套方程组覆盖约 60 个数量级尺度，无需分段设置不同动力学形式。
3. 计算简洁：步骤清晰，可手动复现，计算成本低。
4. 几何直观：模型基于分形双支螺线构造，物理图像清晰。

4.4 已知局限与适用边界

1. 适用场景：仅适用于低速、弱引力、孤立稳态的天体系统，不适用于黑洞、中子星等强引力天体，也不适用于星暴、并合等非稳态系统。
2. 验证维度：目前仅验证了特征旋转速度单一物理量，尚未覆盖引力透镜、星系成团性、宇宙微波背景等更多观测约束。
3. 微观区间：当前仅为形式上的标度对应，尚未与具体量子力学实验、粒子物理标准模型做对应验证。
4. 理论属性：当前为唯象几何模型，尚未构建完整的协变动力学理论与作用量原理，底层物理机制仍需进一步研究。

五、核心结论

1. 本文基于对偶分形双支螺线几何，构建了一套跨约 60 个数量级的天体旋转速度唯象计算模型，模型包含四组固定核心常数与一个可调临界指数，无自由拟合参数。
2. 舍弃初代线性相位近似，采用幂律非线性相位演化后，恒星尺度拟合精度进一步提升，10 组实测样本平均误差约 0.68%，全区间数值连续平滑，无尺度断层。
3. $\alpha=2.0$ 为模型临界取值，该取值下可实现超大尺度的相位折返与拓扑闭合，同时在恒星 - 星系尺度保持良好的观测拟合效果。
4. 模型在固定核心常数的前提下，可同时适配恒星、星系、星系团至宇宙纤维结构的多尺度旋转速度特征，为星系动力学与分形宇宙学研究提供了新的几何化思路。

后续研究方向

1. 推导二阶、三阶分形修正项，进一步压缩矮星系与超大尺度区间的系统误差。
2. 拓展可观测量维度，补充引力透镜、Tully-Fisher 关系等交叉验证。
3. 尝试构建简化的四维时空度规表述，完善模型的场论基础。
4. 纳入非稳态天体样本，评估模型对潮汐扰动、并合系统的适用性。
5. 基于模型提出可观测预言，依托巡天数据开展实证检验。
6. 探索分形嵌套结构在数论、复杂系统等跨学科领域的拓展应用。

参考文献

- [1] Lelli F, McGaugh S S, Schombert J M. SPARC: Mass Models for 175 Disk Galaxies with Spitzer Photometry and Accurate Rotation Curves [J]. The Astronomical Journal, 2016, 152 (6): 157.
- [2] Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature [M]. New York: W. H. Freeman, 1982.
- [3] 邵成. 修正引力理论 MOND 的天文学进展 [J]. 天文学进展, 2021, 39 (2): 187-210.
- [4] 程时安. 量子色动力学基础 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2018.
- [5] 蔡荣根. 量子引力研究的若干进展 [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2023, 53 (5): 1-14.
- [6] Planck Collaboration. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters [J]. Astronomy & Astrophysics, 2020, 641: A6.